准考证号：________ 姓名：________ 班级：________ 学校：________

装 订 线

绝密★启用前

2024届高三5月大联考（全国乙卷）

文科数学

本卷满分150分，考试时间120分钟。

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $M=\{x\,|\,0<x-1<2\}$，$N=\{x\,|\,(x-2)(x+1)<0\}$，则 $M\cup N=$

A．$(0,2)$　　B．$(0,3)$　　C．$(-1,3)$　　D．$(1,3)$

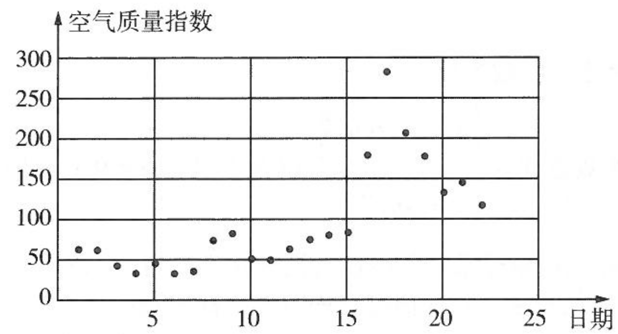
2．已知 $z=1-\mathrm{i}$ 是方程 $z^2+2az-b=0$（$a,b\in\mathbf{R}$）的根，则 $a+b=$

A．-3　　B．-1　　C．2　　D．3

3．空气质量指数(Air Quality Index，简称AQI)等级表：

空气质量等级	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染
空气质量指数（AQI）	$(0,50]$	$(50,100]$	$(100,150]$	$(150,200]$	$(200,300]$	$(300,+\infty)$

以下是某市2024年4月1日至22日空气质量指数分布的散点图，下列关于这22天空气质量的描述，不正确的是



A．空气质量为“良”的天数最多

B．空气质量为“优”和“良”的天数超过一半

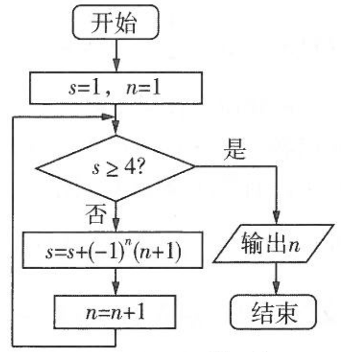
C．17日空气质量为“重度污染”

D．该市这22天空气质量越来越差

4．已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,\sqrt{3})$，$\boldsymbol{b}=(\sqrt{3},1)$，且 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{b}-\lambda\boldsymbol{a})$，则实数 λ 的值为

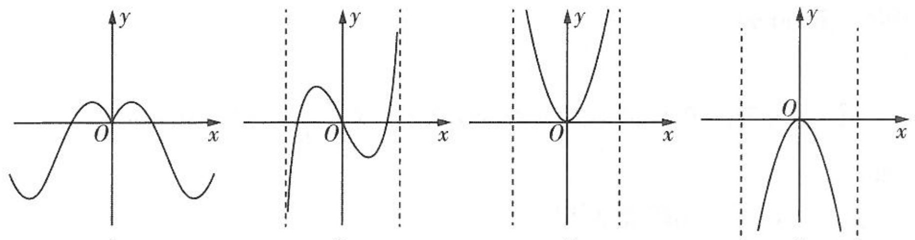
A．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

5．执行如图所示的程序框图，则输出 n 的值为



A．8　　B．7　　C．6　　D．5

6．函数 $f(x)=\sin x\cdot\ln\dfrac{2+x}{2-x}$ 的大致图象是



A　　B　　C　　D

7．已知正四面体 $ABCD$ 中，E 是 AB 的中点，连接 DE，G 是 DE 的中点，点 F 满足 $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FC}$，则

A．$AD\perp EF$　　B．$EF//$平面 BCD

C．$FG//$平面 BCD　　D．平面 $EFG\perp$平面 ABD

8．已知 $a=\log_7 21$，$b=\log_5 10$，$c=\log_3 3\sqrt{3}$，则

A．$a>b>c$　　B．$a>c>b$　　C．$b>a>c$　　D．$c>a>b$

9．已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$，F 是椭圆 C 的右焦点，P 为椭圆 C 上任意一点，$|PF|$ 的最大值为 $3\sqrt{2}$．设点 $A(\sqrt{2},1)$，则 $|PA|+|PF|$ 的最小值为

A．$4\sqrt{2}-3$　　B．$4\sqrt{2}-1$　　C．$4\sqrt{2}+3$　　D．6

10．已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，前 n 项和为 S_n，$a_1=5$．若 $\sqrt{S_1+4}$，$\sqrt{S_2+4}$，$\sqrt{S_3+4}$ 成等差数列，且 $d\in(1,10)$，则 $S_4=$

A．12　　B．21　　C．32　　D．56

11．已知函数 $f(x)=2|\sin x|\cos x$，下列关于 $f(x)$ 的描述，不正确的是

A．$f(\dfrac{25}{8}\pi)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$f(x)$ 的最小正周期为 2π

C．$f(x)$ 的图象关于直线 $x=3\pi$ 对称　　D．$f(x)$ 在 $(6\pi,\dfrac{13}{2}\pi)$ 上单调递增

12．已知圆锥 SO 的母线长为6，AB 是底面圆的直径，C 为底面圆周上一点，$\angle AOC=120^\circ$，当圆锥 SO 的体积最大时，直线 AC 和 SB 所成角的余弦值为

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　C．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知函数 $f(x)=a\mathrm{e}^x-x$，若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线与直线 $(1-2\mathrm{e})x+y+1=0$ 平行，则实数 $a=$________．

14. 已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_2=\dfrac{1}{2}$，$a_5=4$，则$S_3=$_________.

15. 某企业钳工、车工和焊工三个车间分别推荐了 1 名男员工和 1 名女员工，供该企业工会从中选出 2 名员工参加全国技能比赛．若这 6 名员工每人被选上的机会相等，则选出的 2 人恰好是 1 名男员工和 1 名女员工，且他们来自不同车间的概率为_________.

16. 设双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，$A$为左顶点，过点$F_1$的直线与双曲线$C$的左、右两支分别交于点$N$，$M$(点$M$在第一象限)．若$\overrightarrow{MF_2}=4\overrightarrow{NA}$，则双曲线$C$的离心率$e=$_________，$\cos\angle F_1MF_2=$_________.（第一空 2 分，第二空 3 分）

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

已知$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，$C=\dfrac{\pi}{6}$，$ab=4b-4c\cos A$．

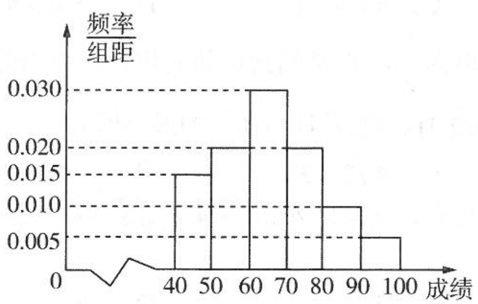
（1）求b；

（2）若$c=\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的面积．

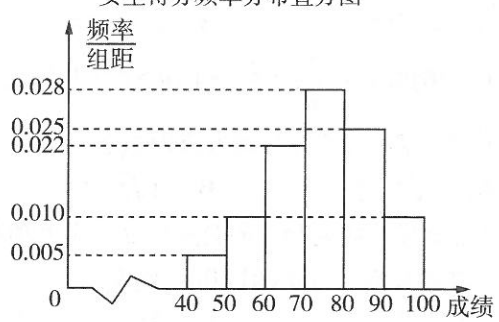
18.（12 分）

为促进中华戏曲文化的传承与发展，某校开展了戏曲进校园文艺活动．该校学生会从全校学生中随机抽取 60 名男生和 60 名女生参加戏曲知识竞赛，并按得分(满分：100 分)统计，分别绘制成频率分布直方图，如图所示．

男生得分频率分布直方图



女生得分频率分布直方图



（1）现有 10 张某戏剧的演出票送给得分在 80 分以上(含 80 分)的同学，根据男生组和女生组得分在 80 分以上(含 80 分)的人数，按分层抽样比例分配，则男生组、女生组分别得多少张该戏剧的演出票？

（2）假定学生竞赛成绩在 80 分以上(含 80 分)被认定为这名学生喜爱戏曲．将参加竞赛的学生成绩及性别制成下列2×2列联表(x表示参加竞赛的学生成绩)：

	男生	女生	合计
$x\geq 80$			
$x<80$			
合计			

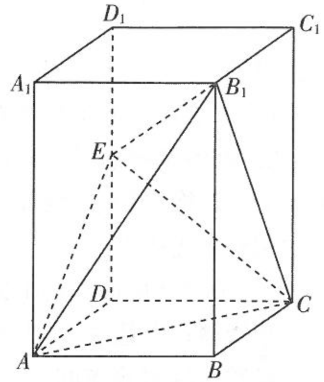
根据列联表，判断是否有 99%的把握认为学生喜爱戏曲与性别有关？

参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$（其中$n=a+b+c+d$）．

$P(K^2\geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

19.（12 分）

如图，在正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AA_1=4$，$AB=2$，E为棱DD_1上一点（含端点），且$DE=\lambda DD_1$．



（1）证明：$AC\perp B_1E$；

（2）当$\lambda=\dfrac{1}{2}$时，证明：$B_1E\perp$平面ACE；

（3）设几何体B_1ACE的体积为V，若$V\in(3,5)$，求λ的取值范围．

20.（12 分）

已知函数$f(x)=\dfrac{1}{2}x^2+2\ln x-ax\ (a\in\mathbf{R})$．

（1）讨论$f(x)$的单调性；

（2）若$f(x)$有两个极值点x_1，x_2，求证：$f(x_1+x_2)<3\ln 2-4$．

21.（12 分）

已知抛物线$C:y^2=2px\ (p>0)$，准线l与x轴交于点M，$A(x_0,y_0)$为抛物线C上一点，$AD\perp l$交y轴于点D．当$y_0=4\sqrt{2}$时，$\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MF}$．

（1）求抛物线C的方程；

（2）设直线AM与抛物线C的另一交点为B(点B在点A，M之间)，过点F且垂直于x轴的直线交AM于点N．是否存在实数λ，使得$|AM||BN|=\lambda|BM||AN|$？若存在，求出λ的值；若不存在，请说明理由．

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

已知直线l的参数方程为$\begin{cases}x=a+t\cos\dfrac{\pi}{4}\\ y=t\sin\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$（$t$为参数，$a\in\mathbf{R}$）．以坐标原点$O$为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为$\rho=2\cos\theta+2\sin\theta$．

（1）写出直线l的普通方程和曲线C的直角坐标方程；

（2）设A,B是曲线C上的两点，且$|AB|=2$．若直线l上存在点P，使得$\angle APB=\dfrac{\pi}{2}$，求$a$的取值范围．

23. [选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

设函数$f(x)=2|x+1|-|x-a|+b\ (a,b\in\mathbf{R})$．

（1）若$f(-3)>f(1)$，求实数a的取值范围；

（2）当$a=5$时，函数$f(x)$有两个零点x_1，x_2 $(x_1<x_2)$，且满足$x_1+x_2=-4$，求实数b的值．